ClebschGordan

Clebsch-Gordan coefficient

Mathematica Notation: `ClebschGordan[{j1, m1}, {j2, m2}, {j, m}]`

Traditional Notation: $\langle j_1\, j_2\, m_1\, m_2 \mid j_1\, j_2\, j\, m\rangle$

Hypergeometric Functions ▸ ClebschGordan[{j_1,m_1},{j_2,m_2},{j,m}] ▸ Identities ▸ Functional identities ▾

▸ Show All Below

Involving two Clebsch Gordan coefficients (20 formulas)

$$\langle j_1\, j_2\, m_1\, m_2 \mid j_1\, j_2\, j\, m\rangle == \left\langle \frac{1}{2}(m+j_1+j_2)\, \frac{1}{2}(-m+j_1+j_2)\, \frac{1}{2}(j_1-j_2+m_1-m_2)\, \frac{1}{2}(j_1-j_2-m_1+m_2) \;\middle|\; \frac{1}{2}(m+j_1+j_2)\, \frac{1}{2}(-m+j_1+j_2)\, j\, j_1-j_2 \right\rangle$$

$$\langle j_1\, j_2\, m_1\, m_2 \mid j_1\, j_2\, j\, m\rangle == \left\langle \frac{1}{2}(-m+j_1+j_2)\, \frac{1}{2}(m+j_1+j_2)\, \frac{1}{2}(-j_1+j_2+m_1-m_2)\, \frac{1}{2}(-j_1+j_2-m_1+m_2) \;\middle|\; \frac{1}{2}(-m+j_1+j_2)\, \frac{1}{2}(m+j_1+j_2)\, j\, j_2-j_1 \right\rangle$$

$$\langle j_1\, j_2\, m_1\, m_2 \mid j_1\, j_2\, j\, m\rangle == \frac{\sqrt{2j+1}}{\sqrt{j+j_2+m_1+1}} \left\langle j_1\, \frac{1}{2}(j+j_2-m_1)\, j-j_2\, \frac{1}{2}(-j+m+j_2+m_2) \;\middle|\; j_1\, \frac{1}{2}(j+j_2-m_1)\, \frac{1}{2}(j+j_2+m_1)\, \frac{1}{2}(j+m-j_2+m_2) \right\rangle$$

$$\langle j_1\, j_2\, m_1\, m_2 \mid j_1\, j_2\, j\, m\rangle == \frac{\sqrt{2j+1}}{\sqrt{j+j_2+m_1+1}} \left\langle \frac{1}{2}(j+j_1+m_2)\, \frac{1}{2}(-m+j_1+j_2)\, \frac{1}{2}(j+j_1-2j_2-m_2)\, \frac{1}{2}(-2j+m+j_1+j_2) \;\middle|\; \frac{1}{2}(j+j_1+m_2)\, \frac{1}{2}(-m+j_1+j_2)\, \frac{1}{2}(j+j_2+m_1)\, \frac{1}{2}(-j+2j_1-j_2+m_1) \right\rangle$$

$$\langle j_1\, j_2\, m_1\, m_2 \mid j_1\, j_2\, j\, m\rangle == \frac{\sqrt{2j+1}}{\sqrt{j+j_1-m_2+1}} \left\langle \frac{1}{2}(j+j_1+m_2)\, j_2\, \frac{1}{2}(j+m-j_1+m_1)\, j_1-j \;\middle|\; \frac{1}{2}(j+j_1+m_2)\, j_2\, \frac{1}{2}(j+j_1-m_2)\, \frac{1}{2}(-j+m+j_1+m_1) \right\rangle$$

$$\langle j_1\, j_2\, m_1\, m_2 \mid j_1\, j_2\, j\, m\rangle == \frac{\sqrt{2j+1}}{\sqrt{j+j_1-m_2+1}} \left\langle \frac{1}{2}(m+j_1+j_2)\, \frac{1}{2}(j+j_2-m_1)\, \frac{1}{2}(2j+m-j_1-j_2)\, \frac{1}{2}(-j+2j_1-j_2-m_1) \;\middle|\; \frac{1}{2}(m+j_1+j_2)\, \frac{1}{2}(j+j_2-m_1)\, \frac{1}{2}(j+j_1-m_2)\, \frac{1}{2}(j+j_1-2j_2+m_2) \right\rangle$$

$$\langle j_1\, j_2\, m_1\, m_2 \mid j_1\, j_2\, j\, m\rangle = \frac{\sqrt{2j+1}}{\sqrt{j+j_2+m_1+1}} \left\langle \frac{1}{2}(-m+j_1+j_2)\, \frac{1}{2}(j+j_1+m_2)\, \frac{1}{2}(2j-m-j_1-j_2)\, \frac{1}{2}(-j-j_1+2j_2+m_2) \,\middle|\, \frac{1}{2}(-m+j_1+j_2)\, \frac{1}{2}(j+j_1+m_2)\, \frac{1}{2}(j+j_2+m_1)\, \frac{1}{2}(j-2j_1+j_2-m_1)\right\rangle$$

$$\langle j_1\, j_2\, m_1\, m_2 \mid j_1\, j_2\, j\, m\rangle = \frac{\sqrt{2j+1}}{\sqrt{j+j_2+m_1+1}} \left\langle \frac{1}{2}(j+j_2-m_1)\, j_1\, \frac{1}{2}(j-m-j_2-m_2)\, j_2-j \,\middle|\, \frac{1}{2}(j+j_2-m_1)\, j_1\, \frac{1}{2}(j+j_2+m_1)\, \frac{1}{2}(-j-m+j_2-m_2)\right\rangle$$

$$\langle j_1\, j_2\, m_1\, m_2 \mid j_1\, j_2\, j\, m\rangle = \frac{\sqrt{2j+1}}{\sqrt{j+j_1-m_2+1}} \left\langle \frac{1}{2}(j+j_2-m_1)\, \frac{1}{2}(m+j_1+j_2)\, \frac{1}{2}(j-2j_1+j_2+m_1)\, \frac{1}{2}(-2j-m+j_1+j_2) \,\middle|\, \frac{1}{2}(j+j_2-m_1)\, \frac{1}{2}(m+j_1+j_2)\, \frac{1}{2}(j+j_1-m_2)\, \frac{1}{2}(-j-j_1+2j_2-m_2)\right\rangle$$

$$\langle j_1\, j_2\, m_1\, m_2 \mid j_1\, j_2\, j\, m\rangle = \frac{\sqrt{2j+1}}{\sqrt{j+j_1-m_2+1}} \left\langle j_2\, \frac{1}{2}(j+j_1+m_2)\, j-j_1\, \frac{1}{2}(-j-m+j_1-m_1) \,\middle|\, j_2\, \frac{1}{2}(j+j_1+m_2)\, \frac{1}{2}(j+j_1-m_2)\, \frac{1}{2}(j-m-j_1-m_1)\right\rangle$$

$$\langle j_1\, j_2\, m_1\, m_2 \mid j_1\, j_2\, j\, m\rangle = (-1)^{-j+j_1+j_2} \langle j_2\, j_1\, m_2\, m_1 \mid j_2\, j_1\, j\, m\rangle \,/;\, -j+j_1+j_2 \in \mathbb{Z}$$

$$\langle j_1\, j_2\, m_1\, m_2 \mid j_1\, j_2\, j\, m\rangle = (-1)^{-j+j_1+j_2} \langle j_1\, j_2\, -m_1\, -m_2 \mid j_1\, j_2\, j\, -m\rangle \,/;\, -j+j_1+j_2 \in \mathbb{Z}$$

$$\langle j_1\, j_2\, m_1\, m_2 \mid j_1\, j_2\, j\, m\rangle = \frac{(-1)^{j_2+m_2}\sqrt{2j+1}}{\sqrt{2j_1+1}} \langle j\, j_2\, -m\, m_2 \mid j\, j_2\, j_1\, -m_1\rangle \,/;\, j_2+m_2 \in \mathbb{N}$$

$$\langle j_1\, j_2\, m_1\, m_2 \mid j_1\, j_2\, j\, m\rangle = \frac{(-1)^{j_1-m_1}\sqrt{2j+1}}{\sqrt{2j_2+1}} \langle j_1\, j\, m_1\, -m \mid j_1\, j\, j_2\, -m_2\rangle \,/;\, j_1-m_1 \in \mathbb{N}$$

$$\langle j_1\, j_2\, m_1\, m_2 \mid j_1\, j_2\, j\, m\rangle = \frac{(-1)^{j_1-m_1}\sqrt{2j+1}}{\sqrt{2j_2+1}} \langle j\, j_1\, m\, -m_1 \mid j\, j_1\, j_2\, m_2\rangle \,/;\, j_1-m_1 \in \mathbb{N}$$

$$\langle j_1\, j_2\, m_1\, m_2 \mid j_1\, j_2\, j\, m\rangle = \frac{(-1)^{j_1-m_1}\sqrt{2j+1}}{\sqrt{2j_2+1}} \langle j\, j_1\, m\, -m_1 \mid j\, j_1\, j_2\, m_2\rangle \,/;\, j_1-m_1 \in \mathbb{N}$$

$$\langle j_1\, j_2\, m_1\, m_2 \mid j_1\, j_2\, j\, m\rangle = \frac{(-1)^{j-m+j_1-m_1}\sqrt{2j+1}}{\sqrt{2j_1+1}} \langle j\, j_2\, m\, -m_2 \mid j\, j_2\, j_1\, m_1\rangle \,/;\, j-j_1-m_2 \in \mathbb{N}$$

$$\langle j_1\, j_2\, m_1\, m_2 \mid j_1\, j_2\, j\, m\rangle = \frac{(-1)^{j-m+j_1-m_1}\sqrt{2j+1}}{\sqrt{2j_1+1}} \langle j_2\, j\, m_2\, -m \mid j_2\, j\, j_1\, -m_1\rangle \,/;\, j-j_1-m_2 \in \mathbb{N}$$

$$\langle j_1\, j_2\, m_1\, m_2 \mid j_1\, j_2\, j\, m\rangle = \left(\sqrt{2j+1} \left\langle \frac{1}{2}(-j+j_2+m_1-1)\, j_1\, \frac{1}{2}(j-m+j_2-m_2+1)\, -j-j_2-1 \,\middle|\, \frac{1}{2}(-j+j_2+m_1-1)\, j_1\, \frac{1}{2}(j-j_2+m_1-1)\, \frac{1}{2}(-j-m-j_2-m_2-1)\right\rangle \sqrt{(-j+j_1-j_2-1)!}\, \sqrt{(j-j_1+j_2)!}\, \sqrt{(j-m)!}\, \sqrt{(-j+m-1)!}\right) \Big/ \left(\sqrt{(j_1-m_1)!}\, \sqrt{(m_1-j_1)!}\, \sqrt{(-j_2-m_2-1)!}\, \sqrt{(j_2+m_2)!}\, \sqrt{(j-j_2+m_1-1)!}\right)$$

$$\langle j_1\, j_2\, m_1\, m_2 \mid j_1\, j_2\, j\, m\rangle == \left(\sqrt{2\,j+1}\,\left\langle\frac{1}{2}(j-j_2-m_1-1)\;-j_1-1\;\frac{1}{2}(j-m+j_2-m_2+1)\;-j-j_2-1 \;\middle|\; \frac{1}{2}(j-j_2-m_1-1)\;-j_1-1\;\frac{1}{2}(j-j_2+m_1-1)\;\frac{1}{2}(-j-m-j_2-m_2-1)\right\rangle \sqrt{(-j-j_1-j_2-2)!}\;\sqrt{(j+j_1+j_2+1)!}\;\sqrt{(-j_1-m_1-1)!}\;\sqrt{(j_1+m_1)!}\;\sqrt{(j_2-m_2)!}\;\sqrt{(-j_2+m_2-1)!}\right)\Big/ \left(\sqrt{(j-j_1-j_2+1)!}\;\sqrt{(-j+j_1+j_2)!}\;\sqrt{(j_1-m_1)!}\;\sqrt{(-j_1+m_1-1)!}\;\sqrt{(-j_2-m_2-1)!}\;\sqrt{(j_2+m_2)!}\;\sqrt{j-j_2+m_1}\right)$$